

**Université Paris 1, UFR 02, Licence de Sciences Economiques
STATISTIQUE, cours de Mme PRADEL
Examen de septembre 2005**

Sont autorisées, outre une calculatrice et les tables statistiques : deux feuilles (recto verso) manuscrites, remplies par l'étudiant (à sa convenance et de sa main) des formules qu'il a choisies.

Il sera tenu compte de la cohérence et de la pertinence des arguments avancés autant que de l'exactitude des résultats.

Les exercices sont indépendants les uns des autres

Exercice 1 (4 pts)

Nous disposons de 20 tirages indépendants (X_1, \dots, X_{20}) d'une variable aléatoire X suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[0 ; a]$, dont l'espérance mathématique est donc $E(X) = \frac{a}{2}$ et la variance $V(X) = \frac{a^2}{12}$.

1. Quel est l'estimateur de a obtenu par la méthode des moments ?
2. Les observations faites fournissent $\bar{x} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} x_i = 12$ et $s^2 = \frac{1}{19} \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 1,21$. Quelle estimation donnez-vous de a ?

Exercice 2 (6 pts)

Dans le cadre d'une étude sur l'organisation des entreprises, nous disposons d'un échantillon de 4524 établissements répartis en 3019 dans l'industrie et 1505 dans le commerce pour chacun desquels nous savons s'il utilise ou non un progiciel de Gestion Intégrée.

1. Nous constatons que 839 établissements industriels et 402 établissements commerciaux utilisent un progiciel de Gestion Intégrée.
 - (a) Quelles sont les proportions d'établissements utilisateurs d'un tel progiciel dans chacune des deux populations ?
 - (b) Peut-on dire, au risque de 10%, que l'utilisation d'un progiciel de Gestion intégrée dépend du type d'activité ?
2. Plutôt que de comparer les établissements industriels et commerciaux, nous examinons la répartition de l'usage d'un progiciel de Gestion Intégrée selon le type de biens concernés. Nous obtenons le tableau de contingence suivant :

	utilisateurs	non-utilisateurs	Total
Biens Intermédiaires	317	958	1275
Biens de Production	396	981	1377
Biens de Consommation	188	444	632
Biens Agro-Alimentaires	340	900	1240
Total	1241	3283	4524

- (a) Complétez le tableau des effectifs théoriques calculés sous l'hypothèse d'indépendance entre les deux facteurs (utilisation d'un progiciel de gestion intégrée et type de bien concerné) :

	utilisateurs	non-utilisateurs	Total
Biens Intermédiaires	349,751	925,249	1275
Biens de Production	377,731	999,269	1377
Biens de Consommation	??	??	632
Biens Agro-Alimentaires	??	??	1240
Total	1241	3283	4524

- (b) Quelle est la statistique utilisée et sa loi sous l'hypothèse d'indépendance des facteurs ?
- (c) La valeur trouvée est $\Delta = 7,146$ et la p-value associée est égale à 6,74%. Peut-on dire, au risque de 10% que l'utilisation d'un progiciel de Gestion Intégrée dépend du type de biens concerné ?

Exercice 3 (10 pts)

Nous considérons l'évolution sur 10 ans du Chiffre d'Affaires trimestriel d'un commerçant (en Euros constants) à partir du premier trimestre 1995. Notant y_t le chiffre d'affaires trimestriel exprimé en Milliers d'Euros (observé de $t = 1$ à $t = 40$), nous postulons le modèle suivant :

$$(1) : y_t = c_1 e_t + c_2 Q2_t + c_3 Q3_t + c_4 Q4_t + u_t$$

où : $u_1, u_2, \dots, u_{40} \approx i.i.d.N(0, \sigma^2)$ et c_1, c_2, c_3, c_4 sont 4 réels quelconques

$$e_t = 1$$

$$Q2_t = 1 \text{ si } t \text{ est un deuxième trimestre, } 0 \text{ sinon}$$

$$Q3_t = 1 \text{ si } t \text{ est un troisième trimestre, } 0 \text{ sinon}$$

$$Q4_t = 1 \text{ si } t \text{ est un quatrième trimestre, } 0 \text{ sinon}$$

1. Interprétation du modèle :

- (a) Calculer l'espérance de y_t selon que t est un premier, deuxième, troisième ou quatrième trimestre.
- (b) Que représentent concrètement les coefficients c_1, c_2, c_3, c_4 ?

2. L'estimation MCO du modèle fournit le tableau de résultats suivants :

Régression MCO Variable expliquée : Y					
Sample	1995:1	2004:4	Nombre d'observations utilisées 40		
Variable	Coefficient	Ecart-type estimé	T-Statistique	PROB	
e	4.483689	0.027957	160.3771	0.0000	
$Q2$	0.025908	0.039537	0.655279	0.5165	
$Q3$	-0.542742	0.039537	-13.72730	0.0000	
$Q4$	-0.032791	0.039537	0.829355	0.4124	
$R^2 = 0.894171$		$SCR = 0.281377$	$DW = 1.9063$		
$F - stat = 101.3902$		$Prob(F - stat) = 0.00000$			

où R^2 est le coefficient de détermination, SCR est la Somme des Carrés des Résidus, DW est la Statistique de Durbin-Watson et $F - stat$ est la statistique du test global de Fisher.

- (a) Au seuil de 10%, le modèle postulé est-il compatible avec les résultats observés ?
 - (b) A quelle hypothèse H_o correspond le test global de Fisher ? Quelle est la loi de F-stat sous H_o ? A quelle conclusion conduit l'observation qui a été faite ?
 - (c) Quels sont les coefficients significativement différents de zéro, au seuil de 10%? Quelle est votre conclusion sur l'effet saisonnier du volume des affaires ?
3. Quelles prévisions faites-vous pour les chiffres d'affaires des premiers, deuxième, troisième et quatrième trimestre de l'année 2005 ?

LOI NORMALE : $U \approx N(0, 1)$: table de $F(u) = P(U \leq u)$

u	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817

LOI du CHI-DEUX : $\Delta \approx \chi^2(r)$: table de A tel que $P(\Delta \geq A) = p$

p	0,40	0,20	0,10	0,05	0,04	0,02	0,01
1	0,708	1,642	2,706	3,841	4,218	5,412	6,635
2	1,833	3,219	4,605	5,991	6,438	7,824	9,210
3	2,946	4,642	6,251	7,815	8,311	9,837	11,345
4	4,045	5,989	7,779	9,488	10,026	11,668	13,277
5	5,132	7,289	9,236	11,070	11,644	13,388	15,086

LOI DE FISHER : Table du quantile $F_{0,95}$ en fonction de r_1 et r_2 : $P(F(r_1, r_2) > F_{0,95}) = 5\%$

		numérateur											
		1	2	4	5	6	7	8	9	10	12	16	20
dénominateur	35	250,69	19,47	5,73	4,48	3,79	3,36	3,06	2,84	2,68	2,44	2,17	2,01
	36	250,79	19,47	5,73	4,47	3,79	3,35	3,06	2,84	2,67	2,44	2,17	2,01
	37	250,89	19,47	5,72	4,47	3,78	3,35	3,05	2,84	2,67	2,44	2,16	2,01
	38	250,98	19,47	5,72	4,47	3,78	3,35	3,05	2,83	2,67	2,43	2,16	2,00
	39	251,06	19,47	5,72	4,47	3,78	3,34	3,05	2,83	2,66	2,43	2,15	2,00
	40	251,14	19,47	5,72	4,46	3,77	3,34	3,04	2,83	2,66	2,43	2,15	1,99
	45	251,49	19,47	5,71	4,45	3,76	3,33	3,03	2,81	2,65	2,41	2,14	1,98
	40	251,14	19,47	5,72	4,46	3,77	3,34	3,04	2,83	2,66	2,43	2,15	1,99

TABLE de DURBIN-WATSON : Test unilatéral de $\rho = 0$ contre $\rho > 0$, au seuil de 5%

	k' = 1		k' = 2		k' = 3		k' = 4		k' = 5	
	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU	dL	dU
n = 40	1,44	1,54	1,39	1,6	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79