

# UNIVERSITE PARIS I – PANTHEON SORBONNE

## UFR 02

### Licence de Sciences Economiques

### STATISTIQUE APPLIQUEE

#### Examen de Septembre 2006

Un chargé de TD de statistique en Licence de Sciences Economiques se pose trois questions :

- 1) ses étudiants sont-ils meilleurs ou moins bons que ceux des autres groupes de TD ?
- 2) le fait de repasser l'épreuve en Septembre permet-il aux étudiants d'améliorer leur note par rapport à celle obtenue en février ?
- 3) ses étudiants sont-ils meilleurs ou moins bons en statistique que dans les autres matières ?

Il dispose pour essayer de répondre à ces questions des notes d'un ensemble d'étudiants tirés au hasard dans la liste complète des étudiants de la promotion. Ces notes sont celles obtenues aux 11 épreuves de Licence (dont la statistique), pour les deux sessions d'examen. On suppose pour simplifier que son échantillon comprend 25 étudiants de son groupe de TD et 100 étudiants d'autres groupes de TD.

Les informations obtenues sont les suivantes :

- 1) La moyenne empirique ( $X1\_G1$ ) des notes à l'ensemble des épreuves de la session 1 pour les étudiants de son groupe de TD est 9.4, avec un écart-type des notes égal à 1.5.
- 2) La moyenne empirique ( $X1S\_G1$ ) des notes en statistique à la session 1 pour les étudiants de son groupe de TD est 8.7, avec un écart-type des notes égal à 1.0.
- 3) La moyenne empirique ( $X1R\_G1$ ) des notes aux autres épreuves de la session 1 pour les étudiants de son groupe de TD est 9.5, avec un écart-type des notes égal à 1.6.
- 4) La moyenne ( $X12S\_G1$ ) des notes obtenues en statistique par les étudiants de son groupe de TD aux épreuves de février (session 1) et ayant dû repasser la deuxième session est 6.7, avec un écart-type de 1.0.
- 5) Celle ( $X2S\_G1$ ) des notes obtenues en statistique par les étudiants de son groupe de TD à la session de Septembre (session 2) est de 9.4, avec un écart-type de 1.5.
- 6) L'écart moyen ( $EMS\_G1$ ) des notes obtenues en statistique en Février et Septembre par les étudiants ayant dû repasser l'examen en Septembre est de 2.7, avec un écart-type de 2.0.

Pour l'ensemble des autres groupes de TD, ces moyennes et écarts-types sont respectivement de :

- $X1\_GA = 9.3$  (écart-type=1.5) ;  
 $X1S\_GA = 9.1$  (écart-type=1.4) ;  
 $X1R\_GA = 9.4$  (écart-type=1.5) ;  
 $X12S\_GA = 7.2$  (écart-type=1.8) ;  
 $X2S\_GA = 9.0$  (écart-type=2)  
et  $EMS\_GA = 2.9$  (écart-type=1.5).

On suppose dans tout l'exercice que les notes obtenues par les étudiants sont indépendantes (personne ne recopie sur son voisin !!!) et identiquement distribuées selon une loi normale.

- 1) Montrer que la moyenne empirique (des notes des étudiants tirés au hasard) est un estimateur sans biais de la *vraie* moyenne (des notes de l'ensemble des étudiants de la promotion).
- 2) Calculer la variance de cette moyenne empirique.
- 3) Construire deux intervalles de confiance à 90%, le premier pour la moyenne des notes obtenues en statistique à la première session par les étudiants du groupe du chargé de TD en question et le second pour celle des autres groupes.

Qu'observez-vous ? Cela vous surprend-il ?

- 4) Tester au seuil de 5% l'hypothèse  
 $H_0 : M1S\_G1 > 10$   
contre  $H_1 : M1S\_G1 \leq 10$ .

où  $M1S\_G1$  représente la vraie moyenne correspondant à  $X1S\_G1$ .

Il est recommandé de faire une représentation graphique de la région critique pour vous aider à la déterminer correctement.

- 5) Tester l'hypothèse qu'en Février, les étudiants de son groupe sont meilleurs en statistique que ceux des autres groupes de TD. Tester l'hypothèse inverse que ce sont les étudiants des autres groupes de TD qui sont meilleurs. Conclusion ?
- 6) Ce chargé de TD aimerait tester l'hypothèse selon laquelle la moyenne des notes de statistique obtenues par les étudiants en Septembre est significativement plus élevée que celle des notes obtenues en Février par les mêmes étudiants.
  - Montrez que cela revient à faire un test sur la différence des notes.
  - Calculez la variance de la différence des notes.
  - De quels éléments disposez-vous pour estimer cette variance ?
  - Comment faites-vous pour répondre à cette question ?
- 7) Quelle est l'hypothèse usuelle qui n'est vraisemblablement pas vérifiée lorsque chargé de TD se pose la question de savoir si ses étudiants sont meilleurs en statistique que dans les autres matières ?
- 8) En supposant que l'on peut considérer une note comme une variable continue, écrire un modèle économétrique ayant pour objet de prédire les notes des étudiants à l'épreuve de statistique de février, quel que soit leur groupe de TD d'appartenance.
  - En particulier, explicitez les variables qui peuvent avoir une influence sur la note et le signe attendu de leur coefficient ?
  - Précisez les hypothèses sous lesquelles l'estimateur des MCO des coefficients d'un tel modèle est sans biais.