

L3 2006/2007
Statistique et Économétrie
Interrogation 1

Question

Donnez les définitions de la convergence en probabilité et de la convergence en moyenne quadratique. Quel type de convergence est plus fort ?

Exercice 1

Un supermarché vend, entre autres, des bananes et des clémentines. Soit Q_B la quantité hebdomadaire vendue de bananes et Q_C la quantité hebdomadaire vendue de clémentines. Les deux quantités sont mesurées en tonnes. La table ci-dessous présente une loi jointe de distribution Q_B et Q_C au supermarché local en septembre-novembre 2006.

	$Q_C = 0,5$	$Q_C = 0,7$	$Q_C = 0,9$	$Q_C = 1,0$
$Q_B = 1$	0,1	0,1	0,15	0,05
$Q_B = 2$	0,1	0,2	0,25	0,05

1. Déterminer la loi de distribution marginale de Q_B .
2. Calculer l'espérance et la variance de Q_B .
3. Déterminer la loi de distribution conditionnelle de Q_B sachant que $Q_C = 0,9$.
4. Calculer l'espérance conditionnelle de Q_B sachant que $Q_C = 0,9$.

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire de loi normale d'espérance m inconnue et de variance $\sigma^2 = 4$. On dispose de l'échantillon suivant tiré de X :
-1,2 ; 1,7 ; 1,3 ; 1,5 ; 2,0 ; -1,5 ; 1,6 ; -2,1 ; 1,3 ; 3,3.

1. Calculer la moyenne et la variance de l'échantillon.
2. On propose deux estimateurs de m : $\hat{m}_1 = \bar{x}$ (la moyenne de l'échantillon) et $\hat{m}_2 = x_1$ (la première observation). Montrez que \hat{m}_1 et \hat{m}_2 sont des estimateurs non-biaisés de m .
3. Calculez la variance de ces deux estimateurs.
4. Peut-on conclure quel estimateur est meilleur, \hat{m}_1 ou \hat{m}_2 ? Expliquer.
5. Calculer un intervalle bilatéral de confiance 95% pour m .
6. Supposons que $m = 1$. Calculer $P(X > 0)$.