

**Fiche de Statistique et Econométrie**  
**Licence L3 d'Economie, Université Paris I Panthéon Sorbonne**  
**TD n° 3 : Principe des Moindres carrés Ordinaires**

*Références :*

**Chapitre II :** Eléments d'échantillonnage et Comportement Asymptotique

*Application économétrique :* minimisation d'une distance sur un échantillon, formules matricielles des MCO

Bourbonnais, *Econométrie*, Chapitres

Greene, *Econometric Analysis*, Chapitre 6 : The Classical Multiple Regression Model: Specification and Estimation.

## I. Propriétés des estimateurs des MCO :

Exercice 1 :

- 1) Rappelez les propriétés des estimateurs des MCO.
- 2) Donnez leur formule algébrique pour un ajustement simple; la formule matricielle pour un ajustement multiple; donnez aussi les formules de leurs moments du second ordre.
- 3) Pourquoi considère-t-on ces estimateurs comme des variables aléatoires? Quelles en sont les conséquences?

Exercice 2 :

- 1) Que signifie la propriété d'absence de biais des estimateurs des MCO ?
- 2) Démontrez cette propriété pour un modèle du type  $C_t = a Y_t + b + u_t$  si :
  - (i) le résidu  $u_t$  est un bruit blanc ;
  - (ii) le résidu est autocorrélé AR(1) :  $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$  avec  $\varepsilon_t$  un bruit blanc.

Exercice 3 :

Montrez que la fonction estimée  $C_t = \hat{a}_1 Y_t + \hat{a}_2$  passe par le point moyen (barycentre) de l'échantillon ( $mC, mY$ ). Montrez également que la moyenne de la consommation estimée :  $m^{\wedge}C$  est égale à la moyenne empirique  $mC$ .

Exercice 4 :

Un nouveau magasin d'hamburgers s'ouvre à Pékin. Ne connaissant pas le prix de vente optimal, ses propriétaires changent le prix chaque semaine et obtiennent les ventes suivantes :

Semaine	quantités vendues $q_t$	Prix $p_t$
1	892	1.23
2	1012	1.15
3	1060	1.10
4	987	1.20
5	680	1.35

6	739	1.25
7	809	1.28
8	1275	0.99
9	946	1.22
10	874	1.25
11	720	1.30
12	1096	1.05

- 1) Calculez  $\sum x_t y_t$ ,  $\sum x_t^2$ ,  $\sum y_t^2$ ,  $\sum x_t$ ,  $\sum y_t$  pour  $x_t = \log(p_t)$  et  $y_t = \log(q_t)$ .
- 2) Calculez les estimateurs des MCO des paramètres a et b pour l'équation :  $y_t = a x_t + b + u_t$  et interprétez-les.
- 3) Les propriétaires ont-ils intérêt à augmenter ou diminuer le prix pour augmenter leur chiffre d'affaire  $p_t q_t$  ?

## II. Interprétation de résultats d'estimation :

### Exercice 5 :

On considère divers modèles de la consommation totale estimés sur les mêmes données de comptabilité nationale (1980-1990) :

$$(1) C_t = 0.98 Y_t - 4229.7 \quad R^2=0.975 ; DW=2.66 ; SCR=1\ 570\ 998$$

(0.074)      (1122.9)

$$(2) LC_t = 1.387 LY_t - 0.086 Lr_t - 4.084 \quad R^2=0.9756 ; DW=2.31 ; SCR=0.006293$$

(0.094)      (1.56)      (1.03)

$$(3) \Delta LC_t = 0.4898 \Delta LY_t - 0.0541 \Delta Lr_t + 0.03 \quad R^2=0.4775 ; DW=1.66 ; SCR=0.003212$$

(0.198)      (0.055)      (0.0096)

$$(4) \Delta LC_t = 0.9249 \Delta LY_t - 0.1125 \Delta Lr_t \quad R^2= ? ; DW= ? ; SCR=0.007678$$

(0.203)      (0.0749)

$$(5) C_t = 0.48 Y_t + 0.41 C_{t-1} - 9567 r_t - 1342 \quad R^2=0.991 ; DW=2.12 ; SCR=1\ 420\ 905$$

(0.12)      (0.16)      (9012)      (950)

$$(6) C_t = 0.57 C_{t-1} + 3221 \quad R^2=0.956 ; DW=2.35 ; SCR=1\ 620\ 200$$

(0.15)      (1120)

avec C = Consommation totale des ménages en francs constants

Y = Revenu Disponible des ménages en francs constants

R = Taux d'intérêt réel

$\Delta X = X_t - X_{t-1}$

LX = log(X)

Série temporelle macroéconomique, période 1980-1990

DW = d de Durbin-Watson; SCR= Somme des Carrés des Résidus

*Questions :*

- 1) Analysez et commentez ces modèles :- du point de vue de leur spécification  
- du point de vue de la qualité des estimations
- 2) Calculez les élasticités-revenu (les moyennes empiriques de la consommation et du revenu sont  $mC= 15441.82$  et  $mY= 21544$ ).
- 3) A quoi servent les termes autorégressifs ( $C_{t-1}$ ) dans les modèles (5) et (6) ?

### **III. Texte : article de The Review of Economics and Statistics**

Charles T. Nisbet & Firouz Vakil (1992), "Some Estimates of Price and Expenditure Elasticities of Demand for Marijuana Among U.C.L.A. Students", *The Review of Economics and Statistics*, Vol 54, No. 4. (Nov., 1972), pp. 473-475

*Questions:*

- 1) Expliquer la méthode de calcul des élasticités-revenu et -prix directe.
- 2) A quoi tient la différence des estimations sur données de marché ou données d'enquête ?
- 3) Y a-t-il un autre problème d'estimation qui pourrait biaiser les résultats ?